

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение

«Средняя общеобразовательная школа №3»

**Рабочая учебная программа**  
**курса по выбору для 9 класса**  
основного общего образования  
**Избранные вопросы математики**

Срок реализации программы: 1 год

За основу курса взята программа Лубниной Светланы Юрьевны, учителя математики (портфолио, 1 сентября).

Составитель: Тетуева Гульбахар Эскандеровна

г. Когалым, 2018

## **Программа курса по выбору для учащихся 9-го класса "Избранные вопросы математики"**

### **Пояснительная записка**

Курс " **Избранные вопросы математики** " является предметом по выбору для учащихся 9-х классов. Курс рассчитан на 34 часа. За основу курса взята программа Лубниной Светланы Юрьевны, учителя математики(портфолио,1 сентября). Данный курс относится к предметно-ориентированному (математика) типу профильных курсов и сконструирован для учеников, желающих пройти целенаправленную математическую подготовку, решить проблему повторения и обобщения отдельных тем математики. Вопросы, рассматриваемые в курсе, тесно примыкают к основному курсу и позволят удовлетворить познавательную активность учащихся. Предлагаемый курс является развитием системы ранее приобретенных программных знаний, способствует выработке у учащихся содержательного понимания отдельных тем, значительно расширяет круг задач, решаемых с применением полученных знаний. Оптимальной формой подготовки к экзаменам являются курсы по выбору, которые позволяют расширить и углубить изучаемый материал по школьному курсу. В связи с этим **актуальными** являются курсы, позволяющие учащимся помочь освоить материал, выходящий за рамки школьного учебника, а также успешно сдать экзамены. Данный курс имеет основное назначение – ведение открытой, объективной, независимой процедуры оценивания учебных достижений учащихся, результаты которой будут способствовать осознанному выбору дальнейшего пути получения образования, а так же могут учитываться при формировании профильных 10 классов. Развивает мышление и исследовательские знания учащихся; формирует базу общих универсальных приемов и подходов к решению заданий соответствующих типов.

**Цель курса:** Развитие системы ранее приобретенных программных знаний, удовлетворение познавательной активности учащихся. Выработка у учащихся содержательного понимания отдельных тем, **в соответствии с требованиями, предъявляемыми новыми образовательными стандартами.**

### **Задачи:**

1. Формирование у учащихся целостного представления о теме, ее значения в разделе математики, связи с другими темами;
2. Формирование аналитического мышления, развитие памяти, кругозора, умение преодолевать трудности при решении более сложных задач
3. Привитие навыков работы с дополнительной литературой;

4. Акцентировать внимание учащихся на единых требованиях к правилам оформления различных видов заданий, включаемых в итоговую аттестацию за курс основной школы;
5. Расширить математический кругозор учащихся по определённым темам, включённым в программы вступительных экзаменов в другие типы учебных заведений;
6. Выработать умение пользоваться контрольно-измерительными материалами.

#### Воспитательное назначение курса.

Обучение потребует от учащихся умственных и волевых усилий, развитого внимания, воспитания таких качеств, как активность, творческая инициатива, умений коллективно-познавательного труда.

#### Умения и навыки учащихся, формируемые курсом:

- навык самостоятельной работы с справочной литературой;
- составление алгоритмов решения типичных задач;
- умения решения различных уравнений и неравенств; а также их систем
- исследования элементарных функций.

#### Особенности курса:

1. Краткость изучения материала.
2. Практическая значимость для учащихся

## **Содержание программы**

### **Тема 1. Числа и выражения. Преобразование выражений**

Свойства степени с натуральным и целым показателями. Свойства арифметического квадратного корня. Стандартный вид числа. Формулы сокращённого умножения. Приёмы разложения на множители. Выражение переменной из формулы. Нахождение значений переменной. Решение заданий ГИА по

### **Тема 2. Уравнения**

Способы решения различных уравнений (линейных, квадратных и сводимых к ним, дробнорациональных и уравнений высших степеней).

### **Тема 3. Системы уравнений**

Различные методы решения систем уравнений (графический, метод подстановки, метод сложения). Применение специальных приёмов при решении систем уравнений.

#### **Тема 4. Неравенства**

Способы решения различных неравенств (числовых, линейных, квадратных). Метод интервалов. Область определения выражения. Системы неравенств.

#### **Тема 5. Координаты и графики**

Установление соответствия между графиком функции и её аналитическим заданием. Уравнения прямых, парабол, гипербол. Геометрический смысл коэффициентов для уравнений прямой и параболы.

#### **Тема 6. Функции**

Функции, их свойства и графики (линейная, обратнопропорциональная, квадратичная и др.) «Считывание» свойств функции по её графику. Анализирование графиков, описывающих зависимость между величинами. Установление соответствия между графиком функции и её аналитическим заданием.

#### **Тема 7. Арифметическая и геометрическая прогрессии**

Определение арифметической и геометрической прогрессий. Рекуррентная формула. Формула  $n$ -ого члена. Характеристическое свойство. Сумма  $n$ -первых членов. Комбинированные задачи.

#### **Тема 8. Текстовые задачи**

Задачи на проценты. Задачи на «движение», на «концентрацию», на «смеси и сплавы», на «работу». Задачи геометрического содержания.

#### **Тема 9. Уравнения и неравенства с модулем**

Модуль числа, его геометрический смысл, основные свойства модуля. Уравнения и неравенства, содержащие знак модуля и способы их решения.

#### **Тема 10. Уравнения и неравенства с параметром**

Линейные и квадратные уравнения и неравенства с параметром, способы их решения. Применение теоремы Виета. Расположение корней квадратного уравнения относительно заданных точек. Системы линейных уравнений.

#### **Тема 11. Обобщающее повторение**

Решение задач из контрольно-измерительных материалов для ЕГЭ (первая часть).

## **Тема 12. Обобщающее повторение**

Решение задач из контрольно-измерительных материалов для ЕГЭ (полный текст).

### **Методическое обеспечение.**

В процессе изучения материала используются как традиционные формы обучения, так и самообразование, саморазвитие учащихся посредством самостоятельной работы с информационным и методическим материалом.

Занятия включают в себя теоретическую и практическую части, в зависимости от целесообразности. Основные **методы** проведения занятий: беседа, дискуссия, консультация, практическое занятие, защита проекта. Особое значение отводится самостоятельной работе учащихся, при которой учитель на разных этапах изучения темы выступает в разных ролях, чётко контролируя и направляя работу учащихся.

Предполагаются следующие **формы организации обучения**: индивидуальная, групповая, коллективная, взаимное обучение, самообучение.

**Средства обучения**: дидактические материалы, творческие задания для самостоятельной работы, мультимедийные средства, справочная литература.

**Технологии обучения**: информационные, проектные, исследовательские. Занятия носят проблемный характер. Предполагаются ответы на вопросы в процессе дискуссии, поиск информации по смежным областям знаний.

### **Требования к уровню подготовки учащихся:**

В результате изучения курса учащиеся **должны знать**:

основные положения теории. Уметь пользоваться справочным материалом, уметь решать задачи обязательного и, по желанию, повышенного уровня сложности;

точно и грамотно формулировать изученные теоретические положения и

излагать собственные рассуждения при решении задач, правильно

пользоваться математической символикой и терминологией, применять

рациональные приемы тождественных преобразований.

Учащиеся **должны уметь**:

1. Выполнять действия с числами:

Выполнять арифметические действия: сложение и вычитание двузначных

чисел и десятичных дробей с двумя знаками, умножение чисел, действия с дробями. Выполнять арифметические действия с рациональными числами.

Находить значения степеней и корней, а также значения числовых выражений

2. Уметь выполнять алгебраические преобразования:

Выполнять действия с многочленами и с алгебраическими дробями.

Применять свойства арифметических квадратных корней для вычисления значений и преобразований выражений, содержащих корни.

3. Уметь решать уравнения и неравенства:

Решать линейные, квадратные, рациональные уравнения, системы двух уравнений. Решать линейные и квадратные неравенства с одной переменной и их системы

4. Уметь выполнять действия с функциями:

Распознавать геометрические и арифметические прогрессии, применять формулы общих членов, суммы  $n$  членов арифметической и геометрической прогрессий. Находить значения функции.

Определять свойства функции по графику. Описывать свойства функций. Строить графики.

5. Уметь решать простые геометрические задачи тестового характера. Уметь применять теоретический материал к описанию своего решения.

#### **Учащиеся должны понимать:**

- Значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике.
- Идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики.
- Возможности геометрии для описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения.
- Универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности.
- Вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.
- 

#### **Контроль и система оценивания**

- Текущий контроль уровня усвоения материала осуществляется по результатам выполнения учащимися самостоятельных, практических и лабораторных работ. Присутствует как качественная, так и количественная оценка деятельности.

Качественная оценка базируется на анализе уровня мотивации учащихся, их общественном поведении, самостоятельности в организации учебного труда, а так же оценке уровня адаптации к предложенной жизненной ситуации (сдачи экзамена по алгебре в форме малого ЕГЭ).

Количественная оценка предназначена для снабжения учащихся объективной информацией об овладении ими учебным материалом и производится по пятибалльной системе.

Итоговый контроль реализуется в двух формах: традиционного зачёта и тестирования.

Оценка **«отлично»** - учащийся освоил теоретический материал курса, получил навыки в его применении при решении конкретных задач, продемонстрировал умение работать самостоятельно, творчески.

Оценка **«хорошо»**-учащийся освоил идеи и методы данного курса в такой степени, что может справиться со стандартными заданиями(без проявления творческих способностей).

Оценка **«удовлетворительно»**- учащийся освоил наиболее простые идеи и методы курса, что позволило ему достаточно успешно выполнять простые задания.

### **Материально – техническое обеспечение.**

*Для более успешного освоения программы кабинет оснащен современными средствами обучения - мультимедийной аппаратурой, интерактивной доской.*

*Интернет-ресурсы:* электронные образовательные ресурсы из единой коллекции цифровых образовательных ресурсов (<http://school-collection.edu.ru/>), каталога Федерального центра информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>): информационные, электронные упражнения, мультимедиа ресурсы, электронные тесты (для подготовки к ГИА).

- Алгебра. Сборник заданий для подготовки к государственной итоговой аттестации в 9 классе. Кузнецова Л.В, Суворова С.Б. и др. М.: Просвещение, 2010(25 экземпляров)
- Алгебра. 9 класс. Тематические тесты для подготовки к ГИА-2013. Под ред. Лысенко Ф.Ф. Ростов на/Д: Легион-М, 2013(25 экземпляров).
- Алгебра. 9 класс. Тематические тесты для подготовки к ГИА-2014. Под ред. Лысенко Ф.Ф. Ростов на/Д: Легион-М, 2013(25 экземпляров).
- Тесты, взятые с сайта ФИПИ по подготовке к ГИА-2014 г.

### **Учебно-тематический план**

| №<br>п/<br>п | Тема   | Количество часов |            |               | Формы<br>проведения | Образовательный<br>продукт                |
|--------------|--|------------------|------------|---------------|---------------------|---|
|              |  | Всего            | Лек<br>ции | Практи<br>кум |                     |   |
|              | Числа и<br>выражения.<br>Преобразование<br>выражений | 1                | 0,5        |               | Мини-лекция,        | Актуализация<br>вычислительных<br>навыков |

|    |                          |      |           |        |  |   |  |  |  |  |
|----|--------------------------|------|-----------|--------|--|---|--|--|--|--|
| 1  |                          |      |           |        | урок-практикум,<br>тестирование.   |   |  |  |  |  |
| 2  |                          |      |           |        | Работа с КИМами.   | Развитие навыков<br>тождественных<br>преобразований.  |  |  |  |  |
| 3  |                          | 4 ч. | 0,5<br>ч. | 3,5 ч. |  |   |  |  |  |  |
| 4  |                          |      |           |        |  |   |  |  |  |  |
| 5  |                          |      |           |        |  |   |  |  |  |  |
| 6  | Уравнения.               | 3 ч. | 0,5<br>ч. | 2,5 ч. | Комбинирован-<br>ный урок,<br>групповая работа.<br>Работа с КИМами                   | Овладение<br>умениями решать<br>уравнения<br>различных видов,<br>различными<br>способами.   |  |  |  |  |
| 7  |                          |      |           |        |  |   |  |  |  |  |
| 8  | Системы<br>уравнений.    | 3 ч. | 0,5<br>ч. | 2,5 ч. | Мини-лекция,<br>работа в парах.<br><br>Работа с КИМами                               | Овладение разными<br>способами решения<br>линейных и<br>нелинейных систем<br>уравнений.     |  |  |  |  |
| 9  |                          |      |           |        |  |   |  |  |  |  |
| 10 |                          |      |           |        |  |   |  |  |  |  |
| 11 | Неравенства.             | 3 ч. | 0,5<br>ч. | 2,5 ч. | Комбинированный<br>урок, урок-<br>практикум,<br>тестирование<br><br>Зачетная работа. | Овладение<br>умениями решать<br>неравенства<br>различных видов,<br>различными<br>способами. |  |  |  |  |
| 12 |                          |      |           |        |  |   |  |  |  |  |
| 13 |                          |      |           |        |  |   |  |  |  |  |
| 14 | Координаты и<br>графики. | 2 ч. | 0,5<br>ч. | 1,5 ч. | Мини-лекция,<br>лабораторная<br>работа   | Обобщение знаний<br>о различных   |  |  |  |  |
| 15 |                          |      |           |        |  |   |  |  |  |  |
| 16 | Функции                  | 3 ч. | 0,5<br>ч. | 2,5 ч. | Семинар,<br>групповая работа,<br>тестирование(рабо-<br>та с КИМами)                  | функциях и их<br>графиках.  |  |  |  |  |
| 17 |                          |      |           |        |  |   |  |  |  |  |



|                      |  |      |        |        |  |  |
|----------------------|--|------|--------|--------|--|--|
| 18                   |  |      |        |        |  |  |
| 19<br>20             | Арифметическая и геометрическая прогрессии | 2 ч. | 0,5 ч. | 1,5 ч. | Комбинированный урок, урок-практикум.<br>Зачетная работа   | Овладение умениями решать задачи на нахождение характерных элементов в прогрессии. |
| 21<br>22<br>23<br>24 | Текстовые задачи.                          | 4 ч. | 0,5 ч  | 3,5 ч. | Мини-лекция, групповая работа, тестирование<br>Практикум по решению задач (компьютерное сопровождение) | Овладение умениями решать текстовые задачи различных видов, различными способами.  |
| 25<br>26<br>27       | Уравнения и неравенства с модулем.         | 3 ч. | 0,5 ч. | 2,5 ч. | Мини-лекция, работа в парах  | Овладение умениями решать уравнения и неравенства с модулями.                      |
| 28<br>29<br>30       | Уравнения и неравенства с параметром.      | 3 ч. | 0,5 ч. | 2,5 ч. | Мини-лекция, урок-практикум  | Овладение умениями решать уравнения и неравенства с параметрами.                   |
| 31<br>32             | Обобщающее повторение                      | 2 ч. |        | 2 ч.   | Работа с КИМами<br>Зачет   | Умение ориентироваться в заданиях первой части и выполнять их за минимальное       |

|    |                       |      |  |      |              |   |
|----|-----------------------|------|--|------|--------------|---|
|    |                       |      |  |      |              | время.                                      |
| 33 | Обобщающее повторение | 2 ч. |  | 2 ч. | Тестирование | Умение работать с полным объемом теста ЕГЭ. |
| 34 |                       |      |  |      |              |   |

### Литература для учителя

1. Ким Е.А. Алгебра. Поурочные планы по учебнику А. Г. Мордковича 7-9 классы. Волгоград: «Учитель», 2011.
2. Колесникова Т.В., Минаева С.С. Типовые тестовые задания 9 класс. М.: «Экзамен», 2011.
3. Кузнецова Л.В., Суворова С.Б. и др. Сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 классе. Алгебра. М.: «Просвещение», 2010.
4. Лаппо Л.Д., Попов М.А. Практикум 9 класс. М.: «Экзамен», 2018.
5. Мордкович А.Г. Алгебра. Часть 1. Учебник. 7-9 классы. М.: «Мнемозина», 2010.

### Литература для учащихся

1. Алгебра. Сборник заданий для подготовки к государственной итоговой аттестации в 9 классе. Кузнецова Л.В, Суворова С.Б. и др. М.: Просвещение, 2018(25 экземпляров)
2. Алгебра. 9 класс. Тематические тесты для подготовки к ОГЭ-2018. Под ред. Лысенко Ф.Ф. Ростов на/Д: Легион-М, 2018(25 экземпляров).
3. Алгебра. 9 класс. Тематические тесты для подготовки к ОГЭ-2018. Под ред. Лысенко Ф.Ф. Ростов на/Д: Легион-М, 2018(25 экземпляров).
4. Тесты, взятые с сайта ФИПИ по подготовке к ОГЭ-2018 г.

## Приложение.

### Рекомендации по проведению практических работ .

1. Подготовка по тематическому принципу, соблюдая «правила спирали» от простых типов заданий первой части до заданий со звездочкой второй части;
2. Работа с тематическими тестами, выстроенными в виде логически взаимосвязанной системы, где из одного вытекает другое, т.е. правильно решенное предыдущее задание готовит понимание смысла следующего; выполненный сегодня тест готовит к пониманию и правильному выполнению завтрашнего и т. д.;
3. Работа с тренировочными тестами в режиме «теста скорости»;
4. Работа с тренировочными тестами в режиме максимальной нагрузки, как по содержанию, так и по времени для всех школьников в равной мере;
5. Максимальное использование наличного запаса знаний, применяя различные «хитрости» и «правдоподобные рассуждения», для получения ответа простым и быстрым способом.
6. Активное применение развивающих технологий.

### Учебно-дидактическое обеспечение курса.

#### Линейные уравнения и неравенства

*Рецепта как решить любое уравнение, которое может Вам встретиться, не существует. Обычно поступают так: с помощью разного рода преобразований и логических рассуждений сводят эту задачу к одной или нескольким попроще. Полученные уравнения тоже сводят к еще более простым, и так, до тех пор, пока не дойдут до таких, способ решения которых уже известен. Понятно, что чем больше разнообразных уравнений Вы решите, тем легче будет справиться с новыми.*

*Рассмотрим основы теории по данной теме и примеры решений некоторых уравнений и неравенств.*

#### 1. Уравнения с одной переменной

*Равенство, содержащее переменную, называют уравнением с одной переменной, или уравнением с одним неизвестным. Например, уравнением с одной переменной является равенство  $3(2x+7)=4x-1$ .*

*Корнем или решением уравнения называется значение переменной, при котором уравнение обращается в верное числовое равенство. Например, число 1 является решением уравнения  $2x+5=8x-1$ . Уравнение  $x^2+1=0$  не имеет решения, т.к. левая часть уравнения всегда больше нуля. Уравнение  $(x+3)(x-4)=0$  имеет два корня:  $x_1=-3$ ,  $x_2=4$ .*

*Решить уравнение — значит найти все его корни или доказать, что корней нет.*

*Уравнения называются равносильными, если все корни первого уравнения являются*

корнями второго уравнения и наоборот, все корни второго уравнения являются корнями первого уравнения или, если оба уравнения не имеют корней. Например, уравнения  $x-8=2$  и  $x+10=20$  равносильны, т.к. корень первого уравнения  $x=10$  является корнем и второго уравнения, и оба уравнения имеют по одному корню.

При решении уравнений используются следующие свойства:

1. Если в уравнении перенести слагаемое из одной части в другую, изменив его знак, то получите уравнение, равносильное данному.
2. Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному.

Уравнение  $ax=b$ , где  $x$  – переменная, а и  $b$  – некоторые числа, называется линейным уравнением с одной переменной.

Если  $a \neq 0$ , то уравнение имеет единственное решение  $x = \frac{b}{a}$ .

Если  $a=0$ ,  $b=0$ , то уравнению удовлетворяет любое значение  $x$ .

Если  $a=0$ ,  $b \neq 0$ , то уравнение не имеет решений, т.к.  $0x=b$  не выполняется ни при одном значении переменной.

**Пример 1.** Решить уравнение:  $-8(11-2x)+40=3(5x-4)$

Раскроем скобки в обеих частях уравнения, перенесем все слагаемые с  $x$  в левую часть уравнения, а слагаемые, не содержащие  $x$ , в правую часть, получим:

$$16x-15x=88-40-12$$

$$x=36. \text{ Ответ: } 36.$$

**Пример 2.** Решить уравнения:

a)  $3x^2-5x=0$ ;

b)  $x^3-2x^2-9x+18=0$ ;

c)  $x^2+7x+12=0$ .

Эти уравнения не являются линейными, но покажем, как можно решать такие уравнения.

a)  $3x^2-5x=0$ ;  $x(3x-5)=0$ . Произведение равно нулю, если один из множителей равен нулю, получаем  $x_1=0$ ;  $x_2=\frac{5}{3}$ . Ответ:  $0$ ;  $\frac{5}{3}$ .

б) Разложим на множители левую часть уравнения:

$x^2(x-2)-9(x-2)=(x-2)(x^2-9)=(x-2)(x-3)(x+3)$ , т.е.  $(x-2)(x-3)(x+3)=0$ . Отсюда видно, что решениями этого уравнения являются числа  $x_1=2$ ,  $x_2=3$ ,  $x_3=-3$ .

с) Представим  $7x$ , как  $3x+4x$ , тогда имеем:  $x^2+3x+4x+12=0$ ,  $x(x+3)+4(x+3)=0$ ,  $(x+3)(x+4)=0$ , отсюда  $x_1=-3$ ,  $x_2=-4$ . Ответ:  $-3$ ;  $-4$ .

**Пример 3.** Решить уравнение:  $|x+1|+|x-1|=3$ .

Напомним определение модуля числа:  $|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$

Например:  $|3|=3$ ,  $|0|=0$ ,  $|-4|=4$ .

В данном уравнении под знаком модуля стоят числа  $x-1$  и  $x+1$ . Если  $x$  меньше, чем  $-1$ , то число  $x+1$  отрицательное, тогда  $|x+1|=-x-1$ . А если  $x > -1$ , то  $|x+1|=x+1$ . При  $x=-1$   $|x+1|=0$ .

Таким образом,  $|x+1| = \begin{cases} x+1, & x \geq -1 \\ -x-1, & x < -1 \end{cases}$ , аналогично  $|x-1| = \begin{cases} x-1, & x \geq 1 \\ -x+1, & x < 1 \end{cases}$

a) Рассмотрим данное уравнение  $|x+1|+|x-1|=3$  при  $x \leq -1$ , оно равносильно уравнению  $-x-1-x+1=3$ ,  $-2x=3$ ,  $x=-\frac{3}{2}$ , это число принадлежит множеству  $x \leq -1$ .

b) Пусть  $-1 < x \leq 1$ , тогда данное уравнение равносильно уравнению  $x+1-x+1=3$ ,  $2 \neq 3$

уравнение не имеет решения на данном множестве.

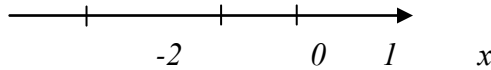
с) Рассмотрим случай  $x > 1$ .

$$x+1+x-1=3, 2x=3, x=\frac{3}{2}. \text{ Это число принадлежит множеству } x > 1.$$

Ответ:  $x_1=-1,5; x_2=1,5$ .

**Пример 4.** Решить уравнение:  $|x+2|+3|x|=2|x-1|$ .

Покажем краткую запись решения уравнения, раскрывая знак модуля “по промежуткам”.



1)  $x \leq -2, -(x+2)-3x=2(x-1), -4x=4, x=-2 \in (-\infty; -2]$

2)  $-2 < x \leq 0, x+2-3x=2(x-1), 0=0, x \in (-2; 0]$

3)  $0 < x \leq 1, x+2+3x=2(x-1), 6x=0, x=0 \notin (0; 1]$

4)  $x > 1, x+2+3x=2(x-1), 2x=-4, x=-2 \notin (1; +\infty)$

Ответ:  $[-2; 0]$

**Пример 5.** Решить уравнение:  $(a-1)(a+1)x=(a-1)(a+2)$ , при всех значениях параметра

а.

В этом уравнении на самом деле две переменных, но считают  $x$  – неизвестным, а  $a$  – параметром. Требуется решить уравнение относительно переменной  $x$  при любом значении параметра  $a$ .

Если  $a=1$ , то уравнение имеет вид  $0 \cdot x=0$ , этому уравнению удовлетворяет любое число.

Если  $a=-1$ , то уравнение имеет вид  $0 \cdot x=2$ , этому уравнению не удовлетворяет ни одно число.

$$\text{Если } a \neq 1, a \neq -1, \text{ тогда уравнение имеет единственное решение } x = \frac{a+2}{a+1}.$$

Ответ: если  $a=1$ , то  $x$  – любое число; если  $a=-1$ , то нет решений; если  $a \neq \pm 1$ , то  $x = \frac{a+2}{a+1}$ .

## 2. Системы уравнений с двумя переменными

Решением системы уравнений с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство. Решить систему — значит найти все ее решения или доказать, что их нет. Две системы уравнений называются равносильными, если каждое решение первой системы является решением второй системы и каждое решение второй системы является решением первой системы или они обе не имеют решений.

При решении линейных систем используют метод подстановки и метод сложения.

**Пример 1.** Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 2x + 5y = 19 \end{cases}$$

Для решения этой системы применим метод подстановки. Выразим из первого уравнения  $x$  и подставим это значение  $x = \frac{18-4y}{3}$  во второе уравнение системы, получим

$$2\left(\frac{18-4y}{3}\right) + 5y = 19 \Leftrightarrow 36 - 8y + 15y = 57 \Leftrightarrow 7y = 21 \Leftrightarrow y = 3 \Rightarrow$$

$$x = \frac{18-4 \cdot 3}{3} = 2$$

Ответ: (2; 3).

**Пример 2.** Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 5x - y = 9 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$$

Для решения этой системы применим метод сложения уравнений.  $8x=16$ ,  $x=2$ . Подставим значение  $x=2$  в первое уравнение, получим  $10-y=9$ ,  $y=1$ .

Ответ: (2; 1).

**Пример 3.** Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 13 \\ x + y + z = 6 \\ 3x + y + z = 8 \end{cases}$$

Нам дана система из трех уравнений с тремя неизвестными. Применим метод Гаусса, который состоит в том, что равносильными преобразованиями приводят данную систему к треугольной форме. Прибавим к первому уравнению второе, умноженное на  $-2$ .

$$\begin{array}{r} 2x + y + 3z = 13 \\ + -2x - 2y - 2z = -12 \\ \hline -y + z = 1 \text{ или } y - z = -1. \end{array}$$

Далее к третьему уравнению системы прибавим второе, умноженное на  $-3$ ,

$$\begin{array}{r} 3x + y + z = 8 \\ + -3x - 3y - 3z = -18 \\ \hline -2y - 2z = -10, \end{array}$$

наконец прибавим к этому уравнению уравнение  $y - z = 1$ , умноженное на 2, получим  $-4z = -12$ ,  $z = 3$ . Итак получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ y - z = 1 \\ z = 3, \text{ которая равносильна данной.} \end{cases}$$

Система такого вида называется треугольной.

Ответ: (1; 2; 3).

### 3. Линейные неравенства с одной переменной

Если переменной  $x$  придать какое-либо числовое значение, то мы получим числовое неравенство, выражающее либо истинное, либо ложное высказывание. Пусть, например, дано неравенство  $5x - 1 > 3x + 2$ . При  $x = 2$  получим  $5 \cdot 2 - 1 > 3 \cdot 2 + 2$  – истинное высказывание (верное числовое высказывание); при  $x = 0$  получаем  $5 \cdot 0 - 1 > 3 \cdot 0 + 2$  – ложное высказывание. Всякое значение переменной, при котором данное неравенство с переменной обращается в верное числовое неравенство, называется решением неравенства. Решить неравенство с переменной – значит найти множество всех его решений.

Два неравенства с одной переменной  $x$  называются равносильными, если множества решений этих неравенств совпадают.

Основная идея решения неравенства состоит в следующем: мы заменяем данное неравенство другим, более простым, но равносильным данному; полученное неравенство снова заменяем более простым равносильным ему неравенством и т.д.

Такие замены осуществляются на основе следующих утверждений.

**Теорема 1.** Если какой-либо член неравенства с одной переменной перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком, оставив при этом без изменения знак неравенства, то получится неравенство, равносильное данному.

**Теорема 2.** Если обе части неравенства с одной переменной умножить или разделить на одно и то же положительное число, оставив при этом без изменения знак неравенства, то получится неравенство, равносильное данному.

**Теорема 3.** Если обе части неравенства с одной переменной умножить или

разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный, то получится неравенство, равносильное данному.

Линейным называется неравенство вида  $ax+b>0$  (соответственно  $ax+b<0$ ,  $ax+b\geq 0$ ,  $ax+b\leq 0$ ), где  $a$  и  $b$  – действительные числа, причем  $a\neq 0$ . Решение этих неравенств основано на трех теоремах равносильности изложенных выше.

**Пример 1.** Решить неравенство:  $12x - \frac{x-2}{3} + 2(x+1) > 5(3x-1) - \frac{2x+3}{2} - \frac{x}{3}$ .

Освободимся от знаменателей, для чего умножим обе части неравенства на положительное число 6, оставив без изменения знак неравенства.

$72x - 2(x-2) + 12(x+1) > 30(3x-1) - 3(2x+3) - 2x$ , далее последовательно получаем  $72x - 2x + 4 + 12x + 12 > 90x - 30 - 6x - 9 - 2x$ ;  $0 \cdot x > -55$ .

Последнее неравенство верно при любом значении  $x$ , так как при любом значении переменной  $x$  получается истинное высказывание  $0 > -55$ . Поэтому множеством его решений служит вся числовая прямая.

Ответ:  $(-\infty; +\infty)$ .

**Пример 2.** Решить неравенство:  $\sqrt{x+1} > 2-x$ .

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x+1 > 2-x \\ x+1 < 0 \\ -(x+1) > 2-x \end{cases}$$

отсюда  $x > 0,5$  из первой системы, а вторая система – не имеет решения.

Ответ:  $(0,5; +\infty)$

### 5. Системы и совокупности неравенств

Говорят, что несколько неравенств с одной переменной образуют систему, если ставится задача найти множество общих решений заданных неравенств.

Значение переменной, при котором каждое из неравенств системы обращается в верное числовое неравенство, называется решением системы неравенств.

Множество решений системы неравенств есть пересечение множеств решений неравенств, образующих систему. Неравенства, образующие систему,

объединяются фигурной скобкой. Например:  $\begin{cases} 2x-1 > 3 \\ 3x-2 < 11 \end{cases}$

Иногда используется запись в виде двойного неравенства. Например, систему неравенств  $\begin{cases} 2x+1 > 1 \\ 2x+1 < 5 \end{cases}$  можно записать в виде двойного неравенства  $1 < 2x+1 < 5$ .

Говорят, что несколько неравенств с одной переменной образуют совокупность, если ставится задача найти множество таких решений, каждое из которых является решением хотя бы одного из этих неравенств.

Значение переменной, при котором хотя бы одно из неравенств, образующих совокупность, обращается в верное числовое неравенство, называется решением совокупности неравенств.

Множество решений совокупности неравенств есть объединение множеств решений неравенств, образующих совокупность. Неравенства, образующие совокупность,

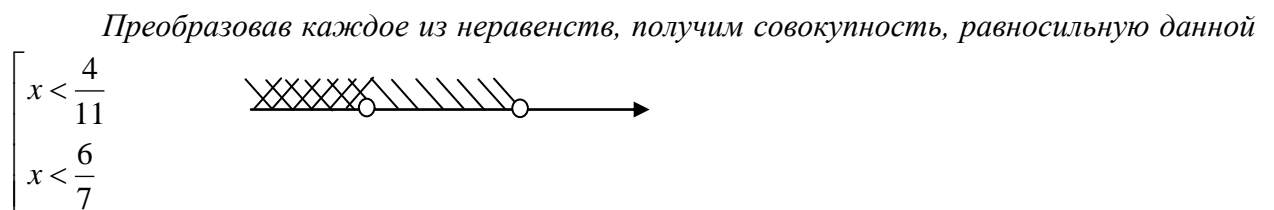
иногда объединяются квадратной скобкой. Так, запись  $\begin{cases} 2x-5 < 1 \\ 3x+2 > 7 \end{cases}$  означает, что неравенства образуют совокупность.

**Пример 1.** Решить систему неравенств: 
$$\begin{cases} 5x+2 > 3x-1 \\ 3x+1 > 7x-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ x < \frac{5}{4} \end{cases}$$



С помощью числовой прямой находим, что пересечением этих множеств служит интервал  $\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{4}\right)$ . Это и есть множество решений данной системы.

**Пример 2.** Решить совокупность неравенств: 
$$\begin{cases} \frac{2x-3}{5} > \frac{3x-2}{2} \\ \frac{x}{3}+1 > \frac{3x}{2} \end{cases}$$



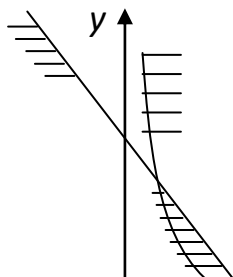
Объединением этих множеств служит промежуток  $\left(-\infty; \frac{6}{7}\right)$ , который и является решением совокупности неравенств.

### 6. Неравенства и системы неравенств с двумя переменными

Известно, что пара действительных чисел  $(x_0; y_0)$  однозначно определяет точку координатной плоскости. Это дает возможность изображать множество решений неравенства или системы неравенств с двумя переменными геометрически, в виде некоторого множества точек координатной плоскости.

**Пример 1.** Решить систему неравенств: 
$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ xy > 4 \\ x + y < 5 \end{cases}$$

Найдем на координатной плоскости пересечение областей  $x > 0, y > 0, y > \frac{4}{x}, y < -x + 5$ , получим геометрическое решение заданной системы неравенств.





$$y = -x + 5 \quad (1; 4)$$

$$\begin{array}{c} \underline{\underline{(4; 1)}} \\ \underline{\underline{\quad}} \\ \underline{\underline{\quad}} \\ \underline{\underline{\quad}} \\ \underline{\underline{\quad}} \\ \underline{\underline{\quad}} \\ \underline{\underline{\quad}} \end{array} \quad y = \frac{4}{x}$$

Для того, чтобы записать решения, найдем координаты точек пересечения линий  $y = \frac{4}{x}$ ,  $y = -x + 5$ .

Решив систему уравнений  $\begin{cases} y = \frac{4}{x}, \\ y = -x + 5, \end{cases}$  найдем координаты искоемых точек: (1;4) и

(4;1), таким образом приходим к системе  $\begin{cases} 1 < x < 4, \\ \frac{4}{x} < y < 5 - x. \end{cases}$

### Задания для самостоятельного решения

Приведенные ниже задачи, являются контрольным заданием. Необходимо решить все задачи, однако, если это не удалось, присылайте те, которые решены. Правила оформления работ смотрите во вступительной статье.

Решить уравнения:

а)  $\frac{7(x-5)}{6} - 12,5 = 0$ ; б)  $7x - \frac{2(13x-5)}{5}$ ; в)  $x^2 - 25 = 0$ ; г)  $3x^3 + 3x^2 - 27x - 27 = 0$ ;

д)  $x^2 - 5x + 4 = 0$ ; е)  $|2-x| - x = |2x-1| - 21$ ; ж)  $|x-1| + 2|x+2| - |x+1| = 2$ .

з)  $\frac{3}{2 - \frac{3}{2-x}} = \frac{21}{8}$ ;

Указать, при каких значениях параметра уравнение имеет бесконечно много решений:  $6(ax-1) - a = 2(a+x) - 7$

Указать, при каких значениях параметра уравнение не имеет решений:

$$\frac{x-5}{x+7} = \frac{a-x}{x+7}$$

Решить систему уравнений:  $\begin{cases} 2x + 3y - 5z = 17, \\ 3x - 4y - 6z = -14, \\ 8x - 7y + 2z = 17. \end{cases}$

Решить неравенство:  $\frac{4x-3}{|3x-3|} > 1$

Решить совокупность неравенств:

$$\begin{cases} \frac{2x}{3} + \frac{x}{4} > x - 1, \\ \frac{x+1}{2} < \frac{x-1}{3} + x. \end{cases}$$

### Текстовые задачи

| <i>Тема</i>  | <i>Содержание занятия</i>   |
|--|---|
| <p><i>1 Алгоритм решения текстовых задач</i></p> <p><i>Виды текстовых задач</i></p> <p><i>Задачи на движение</i></p>                       | <p><i>Типы задач. Методы и способы решения задач.</i></p> <p><i>Основные способы моделирования задач.</i></p> <p><i>Составления плана решения задач.</i></p>  |
| <p><i>2 Задачи на движение</i></p> <p><i>Движение по течению и против течения. Задачи на совместное движение.</i></p>                      | <p><i>Краткая характеристика задач на движение, виды задач. Решение простейших задач.</i></p> <p><i>Основные понятия, применяемые при решении задач: скорость, время, расстояние. Формулы: <math>S = V \cdot t, V = S : t, t = S : V</math></i></p> |
| <p><i>3 Задачи на закон сложения скоростей. Графический способ решения задач на движение</i></p> <p><i>Задачи на совместную работу</i></p> | <p><i>Равномерное движение. Одновременные события.</i></p>  |
| <p><i>4 Задачи на совместную работу</i></p>  | <p><i>Содержание задач на совместную работу.</i></p> <p><i>Введение основных понятий, применяемых при</i></p>   |

- 5 *Решение задач.* *решении таких задач.*
- Обобщить и систематизировать знания учащихся по темам: работа, производительность.*
- Задачи на сплавы и смеси.*
- Задачи на концентрацию*
- 6 *Задачи на сплавы и смеси* *Характеристика задач. Какие знания нужны при решении таких задач. Формула зависимости массы или объёма вещества в сплаве, смеси, растворе («часть») от концентрации («доля») и массы или объёма сплава, смеси, раствора («всего»).*
- 7 *Концентрация вещества. Процентное содержание вещества. Количество вещества.* *Концентрация вещества. Процентное содержание вещества. Количество вещества*
- Задачи на дроби и проценты*
- 8 *Задачи на дроби и проценты* *Вспомнить понятие процента. Элементарные задачи на проценты. Нахождение числа по проценту и процент от числа. Нахождение дроби от числа  $\wedge$  число по дроби.*
- Основная формула процентов. Средний процент изменения величины. Общий процент изменения величины. Практические занятия с разноуровневыми заданиями*
- Процентные вычисления в жизненных ситуациях. Банковские операции. Основная формула процентов. Простые и сложные проценты. Средний процент изменения величины. Общий процент изменения величины*

- Решение задач на все виды*
- 9 *Решение задач*
- 10 *Решение задач*  
*Задачи практического*  
*применения с*  
*геометрическим*  
*содержанием*
- 11 *Решение задач* *Задачи практического применения с*  
*геометрическим содержанием*
- Задачи на прогрессии*
- 12 *Формула общего члена и* *Формула общего члена и суммы первых n членов*  
*суммы первых n членов* *арифметической и геометрической прогрессии.*  
*арифметической и* *Методика решения задач на прогрессии*  
*геометрической*  
*прогрессии.*
- 13 *Решение задач*
- Рациональные методы*  
*решения задач*
- 14 *Решение задач с конца.* *Задачи и оптимальный выбор. Задачи с выборкой*  
*Решение задач с помощью* *целочисленных решений. Особенности методики*  
*графов.* *решения задач на оптимальный выбор и выборкой*  
*целочисленных решений. Задачи решаемые с*  
*помощью графов. Задачи решаемы с конца.*
- Решение задач, часто*  
*встречающихся в КИМах*  
*ГИА*
- 15 *Решение задач* *Разбор задач содержащихся в КИМах ГИА*
- 16 *Решение задач* *Разбор задач содержащихся в КИМах ГИА*

